2020 年度入学者選抜試験問題

数　　　学

（60　分）

【注　意】　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{5}$ まで（5ページ）ある。
解答はすべて別紙の解答用紙に記入すること。
文字は正確に読みやすく書くこと。
円周率は π として計算すること。

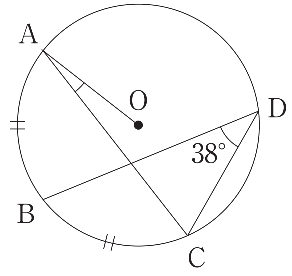
1 次の各問いに答えよ。

(1) $\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)(\sqrt{3}-\sqrt{12})-\left(\dfrac{6}{\sqrt{24}}-2\right)$ を簡単にせよ。

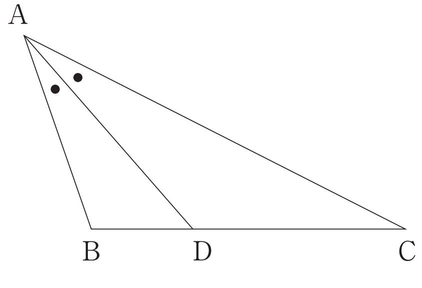
(2) a^2+ac-b^2+bc を因数分解せよ。

(3) 方程式 $(x-3)(x+1)=4(x+1)$ を解け。

(4) 下の図の円 O において，$\angle\mathrm{BDC}=38^\circ$，$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}=\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ とする。このとき，$\angle\mathrm{CAO}$ の大きさを求めよ。



(5) 下の図において，AD は $\angle\mathrm{BAC}$ の二等分線で，$\mathrm{AB}=3$，$\mathrm{AD}=\mathrm{CD}=4$ である。$\mathrm{BD}=x$ とするとき，x の値を求めよ。



2 白い砂 x g と赤い砂 y g を空の容器 A に入れて均一になるまでよくかき混ぜた。次に，容器 A から 2 割の砂を取り出して空の容器 B に移した。さらに，容器 A には容器 B に移した砂全体と同じ重さの赤い砂を入れ，容器 B には 12 g の赤い砂を入れた。次の各問いに答えよ。

(1) 上記の操作を行った後の，容器 A に入っている白い砂，赤い砂の重さをそれぞれ x，y を用いて表せ。

(2) 上記の操作を行った後の，容器 B に入っている白い砂，赤い砂の重さをそれぞれ x，y を用いて表せ。

(3) 上記の操作を行った結果，容器 A，B ともにそれぞれの容器内で，赤い砂と白い砂の重さが等しくなったとする。このとき，x，y の値を求めよ。

3 １つのさいころを何回か投げて，次の規則により合計点が決まるゲームを行う。

〔規則〕

・合計点は０点から始める。 ・「6」の目が出たら合計点に３点を加える。 ・「5」または「4」の目が出たら合計点に２点を加える。 ・「3」または「2」の目が出たら合計点に１点を加える。 ・「1」の目が出たらそれまでの経過に関係なく，合計点は０点となる。

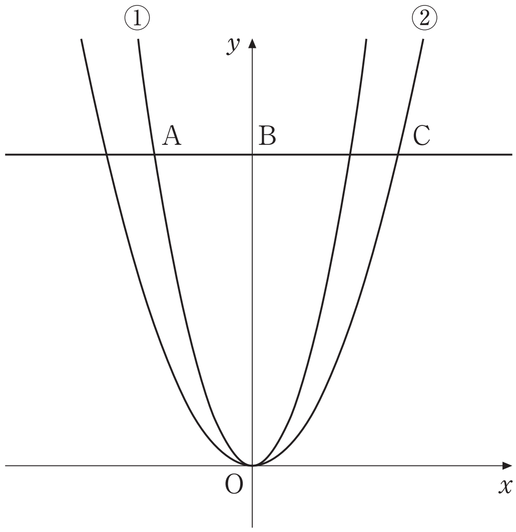
例えば，さいころを２回投げたとき，１回目に「6」，２回目に「3」の目が出たときの合計点は４点である。また，さいころを３回投げたとき，１回目に「4」，２回目に「1」，３回目に「2」の目が出たときの合計点は１点である。次の各問いに答えよ。

⑴　さいころを２回投げたとき，合計点が３点となる確率を求めよ。

⑵　さいころを３回投げたとき，合計点が３点となる確率を求めよ。

4 放物線 $y=\frac{3}{4}x^2$ ……① 上に点 A がある。ただし，A の x 座標は負であり，y 座標は 27 である。

A を通り x 軸と平行な直線と，y 軸および放物線 $y=ax^2$ ……② との交点を，図のようにそれぞれ B，C とすると，AB：BC = 2：3 が成り立つ。さらに，放物線②上で x 座標が 6 である点を D とする。次の各問いに答えよ。



(1) A の座標および a の値を求めよ。

(2) 直線 AD の式を求めよ。

(3) △OAD の面積を求めよ。

(4) 点 P は，放物線①上を A から O まで動く。△PAD と △OAD の面積が等しくなるときの P の座標を求めよ。ただし，このとき P は O と異なる点とする。

5 図１のような円Ｏを底面とする円錐があり，OB ＝ 2，AB ＝ 6 である。また，Ｃは AB 上の点で $AC = 2\sqrt{3}$ である。次の各問いに答えよ。

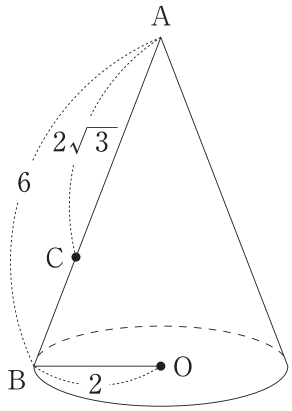


図１

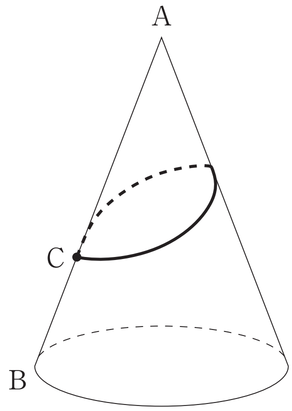


図２

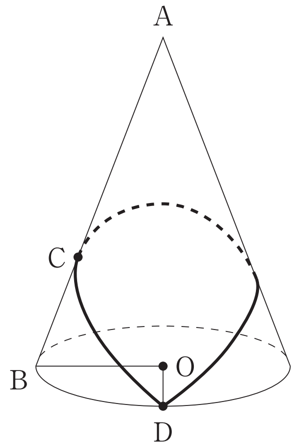


図３

⑴ この円錐の側面積を求めよ。

⑵ 図２のように，Ｃからこの円錐の側面をひと回りしてＣに戻ってくるようにひもをかける。ひもの長さが最短になるようにかけたときのひもの長さを求めよ。

⑶ 図３において点Ｄは底面の円周上の点で ∠BOD ＝ 90° である。ＣからＤを通り，円錐の側面をひと回りしてＣに戻ってくるようにひもをかける。ひもの長さが最短になるようにかけたときのひもの長さを求めよ。

⑷ ⑶ のとき，ひものちょうど真ん中の点をＥとする。AE の長さを求めよ。