# YカットLiNbO<sub>3</sub>位相変調器による複屈折と方位角の同時測定

米倉 和也\*1,金 蓮花\*2,滝沢 國治\*3

Simultaneous Measurement of Both Birefringence and Azimuth Angle Using a y-Cut LiNbO<sub>3</sub> Phase Modulator

Kazuya YONEKURA\*1, Lianhua JIN\*2, Kuniharu TAKIZAWA\*3

**ABSTRACT** : For simultaneous measurement of both birefringence and azimuth angle of samples, a technique using transverse phase modulator is proposed. The phase modulator includes y-cut z-propagations LiNbO<sub>3</sub> crystal. Several experiments using rotating quarter-wave plates and LiNbO<sub>3</sub> crystal in presence of direct current voltage have been performed, and measurement results agree well with predicted theoretical data.

# **KEYWORDS** : Birefringence, azimuth angle, polarization, LiNbO<sub>3</sub> crystal, electro-optic effect, phase-modulator

(Received March 26, 2007)

# 1. まえがき

偏光測定は非接触,非破壊で測定対象の物性を測定で きるため,工業,医療,生物学,天文学などの幅広い領 域で利用されている。本論文では,偏光情報を利用して 複屈折サンプルの位相差と方位角を実時間で同時に測定 する方法について提案する。これまで,実時間で複屈折 を測定する方法がいくつか報告されている。複屈折測定 法は,①左右円偏光二周波レーザ(ゼーマンレーザ)か ら照射される異なる周波数をもつ右円偏光と左円偏光の レーザ光で測定する方法<sup>1)</sup>,②光弾性変調器(PEM: Photoelastic-Effect Modulator)<sup>2)</sup>または電気光学変調器 (EOM: Electro-Optic Modulator)で偏光状態を変調して 測定する方法<sup>3)</sup>,③4つの光検出器を用いる方法<sup>4)</sup>の三種 類に大きく分類できる。しかし,ゼーマンレーザを用い る方法はレーザ波長に制限があり分散測定に適さない。

- \*1:成蹊大学工学研究科物理情報工学専攻科学生 (Doctor Candidate, Dept. of Applied Physics, e-mail:dd053501@cc.seikei.ac.jp)
- \*2:成蹊大学理工学部物質生命理工学科助手 (Research Associate, Dept. of Materials and Life Science)
- \*3:成蹊大学理工学部物質生命理工学科教授(Professor, Dept. of Materials and Life Science)

PEM (または EOM) を用いる方法は環境温度の影響を 強く受ける。4つの光検出器を用いる方法は構成要素が 多くシステムとして高価であるため応用分野が限られる。 KDP 結晶の EO 効果を利用する方法は実時間で位相差 を測定できるが、方位角を同時に測定できない。

従来の測定法が持つこれらの欠点を改善するため,2 つの EO 結晶を用いた温度補償型位相変調素子による複 屈折測定法が提案された<sup>5,6)</sup>。この方法はコンパクト,高 感度かつ温度に対するロバスト性を持つため,幅広い領 域への適用が期待されている。しかし,完全に温度補償 するためには,結晶軸と各結晶端面の法線が完全に一致 し,形状が完全に同一の2つの EO 結晶が必要である。 結晶の加工誤差は複屈折測定に影響を与える。

本論文では1つのLN位相変調器で複屈折サンプルの 位相差と方位角を同時,精密かつ環境温度の影響を受け ずに測定する方法を5節にわたり提案する。第2節では, 提案する測定方法について述べる。第3節では,この方 法で用いる実験装置について述べ,環境温度が測定結果 に影響を与えないことを示すために,位相変調器として 用いるYカットZ軸伝搬5%MgOドープLiNbO<sub>3</sub>(LN) 結晶(点群3m)のEO係数の温度分散を測定した結果 を述べる。第4節では,この方法を検証するために光学



図 1 Birefringence measurement system. Amp: amplifier, FG: function generator, MM: multi-meter, APD: avalanche photo diode, LPF: low pass filter, LIA: lock in amplifier, PC: personal computer

特性が既知のλ/4 板と Y カット Z 軸伝搬 LN 結晶を測定 した結果を述べる。任意の方位角を与えたλ/4 板を測定 した結果から方位角の測定精度について述べる。Y カッ ト Z 軸伝搬 LN 結晶は自然複屈折を持たないため Y 軸 方向に電界を印加すれば, Z 軸伝搬する光は EO 係数 *r*22 と印加電圧に比例する位相差を得る。この位相差と測定 値を比較して複屈折の測定精度を述べる。第5節では, 本研究の成果をまとめる。

# 2. 理 論

図1に高精度複屈折測定システムの構成図を示す。光 学系は、光源、直線偏光子、LN結晶を用いた位相変調 器、サンプル、 $\lambda/4$ 板、検光子、光検出器で構成される。 直線偏光子は入射光に初期偏光を与える。直線偏光子の 透過軸を0度としたときの位相変調器のX軸、 $\lambda/4$ 板の 速軸、検光子の透過軸の方位角はそれぞれ45度、45度、 90度とする。サンプルの位相差と方位角を $\Delta \geq \phi \geq 0$ 、 位相変調器の位相差と方位角を $\Delta_{pm}$ 、 $\phi_{pm}$ とすれば、サ ンプルを含む測定系のミューラ行列 $M_{system}$ は以下で与え られる。

$$\mathbf{M}_{\text{system}} = \mathbf{P}(0) \mathbf{R}_{\text{pm}} (\Delta_{\text{pm}}, \phi_{\text{pm}}) \mathbf{S}(\Delta, \phi) \\ \times \mathbf{R}_{\text{QWP}} (\pi/2, \pi/4) \mathbf{P}(\pi/2)$$
(1)

ここで、Pは直線偏光子及び検光子のミューラ行列、 $R_{pm}$ 、  $R_{QWT}$ は位相変調器と $\lambda/4$ 板のミューラ行列、Sはサンプルのミューラ行列を表す。

直線偏光子のミューラ行列 P は透過角を $\theta$ とした場合, 以下の式で与えられる。

$$\mathbf{P}(\theta) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0\\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \cos 2\theta \sin 2\theta & 0\\ \sin 2\theta & \cos 2\theta & \sin^2 2\theta & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(2)

位相子( $\mathbf{R}_{pm}$ ,  $\mathbf{R}_{QWT}$ ,  $\mathbf{S}$ )のミューラ行列  $\mathbf{R}$  は式(3)で与 えられる。ここで $\Delta$ は位相差, $\theta$ は各素子の方位角である。

$$\mathbf{R}(\Delta,\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - (1 - \cos\Delta)\sin^2 2\theta & (1 - \cos\Delta)\sin 2\theta\cos 2\theta & -\sin\Delta\cos\theta \\ 0 & (1 - \cos\Delta)\sin 2\theta\cos 2\theta & 1 - (1 - \cos\Delta)\cos^2 2\theta & \sin\Delta\cos\theta \\ 0 & \sin\Delta\sin\theta & -\sin\Delta\cos\theta & \cos\Delta \end{pmatrix} (3)$$

無偏光レーザを光源とすると,測定系を透過した後に 光検出器に入射する光のストークスベクトルは式(4)で 与えられる。

$$\mathbf{M}_{system} \cdot \begin{pmatrix} I_{in} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix}.$$
(4)

ストークスベクトルの定義からストークスパラメータ Iは光検出器からの出力信号となり,式(5)で与えられる。

$$I = \frac{I_{in}}{4} \left\{ 1 + \sin \Delta \sin 2\phi \left[ 1 - \left( 1 - \cos \Delta_{pm} \right) \sin^2 2\phi_{pm} \right] - \sin \Delta \cos 2\phi \left( 1 - \cos \Delta_{pm} \right) \sin 2\phi_{pm} \cos 2\phi_{pm} \quad . \tag{5} + \cos \Delta \sin \Delta_{pm} \sin 2\phi_{pm} \right\}$$

ここで  $I_{in}$ は光源から出射直後の光強度である。ここでは 測定系を構成する各光学素子での光吸収は無いとしている。  $\phi_{pm}=\pi/4$ とすると式(5)は以下のように表される。

$$I = \frac{I_{in}}{4} \left( 1 + \sin \Delta \sin 2\phi \cos \Delta_{pm} + \cos \Delta \sin \Delta_{pm} \right)$$
 (6)

-78-

次に LN 位相変調器に電界を印加した場合を検討する。 一軸性結晶である LN 結晶の Z 軸は C 軸であるから, Z 軸に沿って光が伝搬するとき自然複屈折は生じない。こ の状態で結晶の Y 軸方向に電圧を印加すると, 電気光学 効果により X 軸及び Y 軸に振動面を持つ光に, 大きさ は等しく極性の異なる位相が誘起される。位相変調器に 角周波数を $\omega$ の交流電圧  $Vsin(\omega t)$ を印加すると, レーザ 光に誘起される位相差 $\Delta_{pm}$ は以下で与えられる。

$$\Delta_{\rm nm} = \Theta \sin \omega t, \tag{7}$$

式(7)中の振幅 $\Theta$ は以下となる<sup>7)</sup>。

$$\Theta = \frac{2\pi n_o^3 r_{22} L V}{\lambda D}.$$
(8)

ここで *n*<sub>o</sub>は LN 結晶の常屈折率, *r*<sub>22</sub>は LN 結晶の EO 係数, *L* は結晶長, *D* は結晶厚である。

式(7)を式(6)へ代入し、式(9)を得る。

$$I(\Delta,\phi) = \frac{I_{in}}{4} \begin{bmatrix} 1 + \sin\Delta\sin 2\phi\cos(\Theta\sin\omega t) \\ + \cos\Delta\sin(\Theta\sin\omega t) \end{bmatrix}.$$
 (9)

 $\cos(\Theta \sin \omega t)$ と  $\sin(\Theta \sin \omega t)$ は, 次のベッセルフーリ エ級数で表される。

$$\cos(\Theta\sin\omega t) = J_0(\Theta) + 2\sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(\Theta)\cos 2n\omega t, \quad (10)$$

$$\sin\left(\Theta\sin\omega t\right) = 2\sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(\Theta)\sin\left(2n+1\right)\omega t.$$
 (11)

式(, (11)を式(9)に代入し、以下の式を得る。

$$I = \frac{I_{in}}{4} \left\{ 1 + \sin \Delta \sin 2\phi \left[ J_0(\Theta) + 2\sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(\Theta) \cos 2n\omega t \right] \right.$$
  
$$\left. + 2\cos \Delta \left[ \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(\Theta) \sin (2n+1)\omega t \right] \right\}$$
  
$$= \frac{I_{in}}{4} \left[ 1 + J_0(\Theta) \sin \Delta \sin 2\phi + 2J_1(\Theta) \cos \Delta \sin \omega t \right.$$
  
$$\left. + 2J_2(\Theta) \sin \Delta \sin 2\phi \cos 2\omega t \right.$$
  
$$\left. + 2J_3(\Theta) \cos \Delta \cos 3\omega t + \cdots \right]$$
(12)

式(12)の第1項と第2項は光検出器信号 I の直流成分 I<sub>DC</sub>である。第3項は I の基本波成分 I<sub>1</sub>である。第4項 は I の第二高調波成分 I<sub>2</sub>であり,第(*n*-2)項は *n* 次の高調 波成分である。よって以下の3式を得る。

$$I_{DC} = \frac{I_{in}}{4} \Big[ 1 + J_0 \left( \Theta \right) \sin \Delta \sin 2\phi \Big], \tag{13}$$

$$I_1 = \frac{I_{in}}{2} J_1(\Theta) \cos \Delta \sin \omega t, \qquad (14)$$

$$I_2 = \frac{I_{in}}{2} J_2(\Theta) \sin \Delta \sin 2\phi \cos 2\omega t.$$
(15)

ここで  $I_{DC}$  は I をカットオフ角周波数 $\omega$ のローパスフィ ルタで濾過した信号強度であり、 $I_1 \ge I_2$  は I を中心角周 波数 $\omega$ ,  $2\omega$ に設定した 2 台のロックインアンプに入力し て得られる信号の振幅である。実験で  $I_{DC}$ ,  $I_1$ ,  $I_2$  を測定 し,式(12)~式(15)を変形した以下の式に代入して変数A, B を得る。

$$\sin\Delta\sin 2\phi = \frac{1}{J_2(\Theta)\frac{I_{DC}\sqrt{2}}{I_2} - J_0(\Theta)} = A,$$
(16)

$$\cos\Delta = \frac{I_1}{I_2} \frac{J_2(\Theta)}{J_1(\Theta)} A = B.$$
(17)

式(の $\sqrt{2}$ はロックインアンプ出力が実効値であるため に必要となる。式(16),(17)からサンプルの位相差 $\Delta$ と方 位角 $\phi$ は以下の式で与えられる。

$$\Delta = \cos^{-1} B, \tag{18}$$

$$\phi = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left( \frac{A}{\sqrt{1 - B^2}} \right) \tag{19}$$

以上の解析から、ローパスフィルタとロックインアンプ で光検出器信号 I の直流成分  $I_{DC}$ ,基本波成分  $I_1$ 及び第 二高調波成分  $I_2$ を測定すれば、サンプルの位相差 $\Delta$ と方 位角 $\phi$ を同時に測定できることが分かった。

#### 3.実験

#### 3.1 実験装置

前節で示した理論を検証するため,図1の複屈折測定 システムを構築した。光源は波長 632.8nm の直線偏光 He-Ne レーザを用いた。レーザ出力は 5mW であった。 Grand-Thompson 偏光子を用いてレーザ光を *p*t 方向に 偏光させてから LN 位相変調器を通した。ファンクショ ンジェネレータとアンプで位相変調器に角周波数 1kHz, 振幅 141.1V の交流電圧を印加した。位相変調器を透過 した変調光はλ/4 板, Grand-Thompson 偏光子を経て光 検出器に入射した。光検出器信号はカットオフ角周波数 を*ω*=10Hz に設定したローパスフィルタと中心角周波 数を 1kHz 及び 2kHz に設定した 2 台のロックインアン プへそれぞれ導かれた。ロックインアンプの時定数を 30msに設定した。以上のシステムで光検出器信号 *I* の直 流成分 *I*<sub>DC</sub> と基本波成分 *I*<sub>1</sub> と第二高調波成分 *I*<sub>2</sub> を得た。

# 3. 2 LN 位相変調器

位相変調器として Y カット Z 軸伝搬 5%MgO ドープ LN 結晶(Eksma 社, リトアニア)を用いた。結晶サイ ズをニコン製画像計測システム NEXIV VM-150M で測 定した。この装置の測定精度は 0.1µm であり, 測定結果 は *L*=20.0372mm, D=2.0653mm であった。LN 位相変 調器の *r*<sub>22</sub> は文献8の方法で測定した。





L N結晶のEO係数 $r_{22}$ の温度分散を測定するために、 ペルチェ素子で温度制御される恒温槽を製作した。この 恒温槽は図2に示すとおりペルチェ素子,吸熱・放熱板、 絶縁体及び電極で構成され、恒温槽内の温度は電極に埋 め込まれた熱電対からの温度信号をフィードバックして 制御された。恒温槽内の温度精度は約 $0.1^{\circ}$ C であった。 測定は $20^{\circ}$ C から $90^{\circ}$ C で行った。恒温槽の温度設定後、 +分にエージングした後に $r_{22}$ を測定した。その結果を図 3 に示す。常温( $25^{\circ}$ C)では $r_{22}$ =6.31 pm/V であった。 $20^{\circ}$ C から $90^{\circ}$ C で位相変調器に用いた LN 結晶の $r_{22}$ は温度分 散を殆ど持たないことを確認した。



LN 結晶の n<sub>o</sub>はプリズム式分光器(MOLLER-WEDEL)で測定した<sup>9)</sup>。測定波長 632.8nm, 測定角 25.10°で n<sub>o</sub>=2.281 であった。

#### 4. 実験結果

測定前に光学系の調整を行った。図1からサンプルを 取り除き,位相変調器に電圧を印加し位相変調器の位相 差と方位角を測定した。各結晶軸と光の偏光方向及び伝 搬方向並びに電圧印加方向が厳密に図1の関係になると, 位相変調器に電圧を印加しない場合,測定される位相差 と方位角は0radとなる。また,位相変調器に直流電圧を 印加せずに交流電圧のみを徐々に印加すると,*I*<sub>1</sub>は*J*<sub>1</sub>(<del>の</del>) に比例して増大し,*I*<sub>2</sub>は変化しない。この2つの状態を 同時に得られるように光学系を調整した。

方位角の測定精度を測るために, λ/4 板を 0~45°まで 1°刻みで回転させ,その方位角を測定した。測定した方 位角と回転させた角度を比較した結果を図4に示す。

複屈折の測定精度を測るための複屈折サンプルとして、 位相変調器とは別のYカットZ軸伝搬 5%MgOドープ LN 変調器を用いた。この変調器は位相変調器のLN結 晶と同一メーカで製造された。変調器のサイズは L=19.9298mm, D=1.9909mmであった。複屈折測定に 先立ち, LN 変調器の EO 係数  $r_{22}$ を文献 8 の方法を用い て精密に測定した。その結果,  $\lambda=632.8$ nm のとき  $r_{22}=6.31$ pm/V であった。この値を式(8)に代入し、位相



☑ 4 Azimuth angle measurement while rotating a quarter-wave plate from 0 to 45°. The dots are measured angle and the solid line is predicted data



☑5 The induced retardance of a LN crystal with increment of DC driving voltage from 0 to 200 V. The dots are measured retardance, and the solid line is predicted data, which is calculated using following equation (8)

差と印加電圧の関係を計算した(図 5 の直線)。このサン プル変調器に 0-200V の直流電圧を印加して,その位相 差を測定した(図 5 の点)。

図4と図5に示すように,理論値と測定値はよく一致 した。位相差の測定精度は5mrad以下,方位角の測定精 度は1mrad以下であった。

# 5. 結 論

ー回の測定でサンプルの位相差と方位角を同時に測定 できる複屈折測定システムを提案した。Y カット Z 軸伝 搬 LN 結晶の r<sub>22</sub> が温度分散を殆ど持たないことを示し た。位相変調器として温度分散を持たない Y カット Z 軸伝搬 LN 結晶を用いるため、本システムは環境温度の 影響を受けずに複屈折を精密に測定できることを示した。 本システムの位相差の測定精度は 5mrad 以下であった。 方位角の測定精度は 1mrad 以下であった。

本システムは非常にシンプルであり,複屈折の波長分 散測定への応用も容易である。そのためには位相変調器 として用いる LN 結晶の r<sub>22</sub>の波長分散特性が必要であ り,著者らはその測定を行った。今後,本システムを応 用した波長分散測定可能な複屈折測定システムの検討を 行う。

#### 参考文献

- S. Ohkubo, and N. Umeda, "Near-field Scanning Optical Microscope Based on Fast Birefringence Measurement", Mater. Sens. 13, 433(2001)
- T. C. Oakberg, "Measurement of low-level strain. birefringence in optical elements using a photoelastic. modulator," Proc. SPIE 2873, 17 (1996).
- F. Micheron, and G. Bismuth, "Real Time Measurement of Induced Variation of Birefringence in Transparent Media," Rev. Sci. Instrum. 43, 292 (1972)
- R.M.A. Azzam, "Arrangement of four photodetectors for measuring the state of polarization of light," Opt. Lett. 10, 309 (1985)
- J.M. LEY, "Low Voltage Light-Amplitude Modulation", Electro. Lett. 2,138 (1966)
- J.R. Mackey, K.K. Das, S.L. Anna, and G.H. McKinley, "A compact dual-crystal modulated birefringence-measurement system for microgravity applications," Meas. Sci. Technol., 10, 946, (1999)
- A. Yariv: Optical Electronics in Modern Communications, (Oxford University Press, New York, 1997), 5 ed., Chap 9
- K. Yonekura, L. Jin, K. Takizawa, IEICE, J89-C, 1124, (2006) [In Japanese]
- 9. K. Takizawa, and Y. Yokota, "High Accuracy and High Sensitivity Measurements of the Electrooptic Effect in Undoped and MgO-Doped LiNbO3 Crystals," Opt. Rev., 13, 161(2006)