

数 学

(2023)

- (注意事項)
- 1 問題文は余白ページを含めて7ページあります。
 - 2 解答は本冊子の裏表紙にある〔解答上の注意〕に従って、解答用紙の所定欄に記入してください。下書きは、問題冊子の余白を利用してください。ただし、回収はしませんので採点の対象とはなりません。
 - 3 解答はすべてマークセンス方式となっていますので、解答用紙の注意事項をよく読み解答してください。
 - 4 受験番号・氏名・フリガナは、監督者の指示に従って、解答用紙の所定欄に丁寧に記入してください。
 - 5 解答用紙にマークセンス方式の受験番号欄があります。受験番号をマークする際は濃く丁寧にぬってください。
 - 6 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページ落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。

1 以下の問(1)と(2)の空欄 に適する答を、解答用紙の所定欄にマークしなさい。

(1) $\alpha = \sqrt{3} - 1$, $\beta = \sqrt{3} + 1$ であるとき, $\alpha\beta =$, $\alpha^2 + \beta^2 =$,
 $\alpha^3 + \beta^3 =$ $\sqrt{\text{オ}}$ である。

(2) $2 < \log_a 1600 < 6$ を満たすような 2 以上の自然数 a は、全部で 個ある。

2 以下の問(1)~(4)の空欄 に適する答を、解答用紙の所定欄にマークしなさい。

(1) 赤い玉1つ、黄色い玉1つ、青い玉1つ、白い玉4つがあり、すべての玉の形状は完全に同一である。これら7つの玉の中から選んだ4つの玉を等間隔に紐でつないでブレスレットを作るとすると、ブレスレットの作り方は、全部で アイ 通りである。ただし、回転したり裏返したりした場合に一致するものは同じものとして扱う。

(2) $\cos 3\theta$ を $\cos \theta$ を用いて表すと、 $\cos 3\theta =$ ウ \cos エ $\theta -$ オ $\cos \theta$ である。

(3) 三角形 ABC において、 $\angle A = 72^\circ$ 、 $\angle C = 90^\circ$ 、 $AB = 1$ のとき、

$$AC = \frac{\text{カキ} + \sqrt{\text{ク}}}{\text{ケ}}$$
である。

(4) 3^{2023} を 8 で割った余りは、 コ であり、また、 8^{2023} を 5 で割った余りは サ である。

3 一辺の長さが1の正六角形 ABCDEF の頂点から異なる3点が無作為に選び、これらを頂点とする三角形 X を作る。なお、異なる頂点から作られる三角形は、同じ形状の三角形であっても異なる三角形として数える。以下の問(1)と(2)の空欄 に適する答を、解答用紙の所定欄にマークしなさい。

(1) 三角形 X は、全部で アイ 個作ることができる。

(2) 三角形 X のうち、正三角形になるのは、 ウ 個で、これらの正三角形の一辺の長さは $\sqrt{\text{エ}}$ エ である。

4 2つの2次関数 $f(x) = 2x^2 - 2x$ 及び $g(x) = -x^2 + x$ を考える。座標平面において、 $y = f(x)$ のグラフを F 、 $y = g(x)$ のグラフを G とし、 $0 < t < 1$ を満たす t に対する G 上の点を $P(t, g(t))$ とする。また、原点を O とし、直線 OP とグラフ F の O 以外の交点を Q とする。以下の問(1)~(4)の空欄 に適する答を、解答用紙の所定欄にマークしなさい。

(1) 直線 OP の方程式は、

$$y = (\text{ア} t + \text{イ}) x$$

である。

(2) 線分 OP とグラフ G で囲まれた部分の面積を S_1 とすると、

$$S_1 = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}} t^{\text{オ}}$$

である。

(3) 線分 PQ と2つのグラフ F 、 G で囲まれた図形の面積を S_2 とすると、

$$S_2 = \frac{\text{カ}}{\text{キ}} (t^3 + \text{ク} t^2 - \text{ケ} t + \text{コ})$$

である。

(4) $S_1 + S_2$ が $0 < t < 1$ の範囲で最小となるのは、

$$t = \frac{-\text{サ} + \text{シ} \sqrt{\text{ス}}}{\text{セ}}$$

のときである。