

思考力審査

注意

- 1 審査員の説明をよく聴いて課題に取り組んでください。
- 2 この課題冊子の下の欄に受験番号と氏名を記入してください。
- 3 課題を説明した文章は2ページあります。
- 4 解答はそれぞれの解答用紙に記述してください。
- 5 この課題冊子は持ち帰ってください。

思考力審査のスケジュール

時間	作業の内容
10:00～11:30	課題Ⅰの遂行、解答用紙に記述 課題Ⅱの遂行、解答用紙に記述

受験番号	氏名

課題 I

本課題では論理的推論にもとづき、とある事件の犯人を特定する。事件の容疑者 P, Q, R, S の 4 人に関して、以下の証言が得られている。

1. Q, R, S のうち少なくとも 2 人は犯人である。
2. Q が犯人ならば、共犯者は S だけ 1 人である。
3. R が犯人ならば、P, Q, S の中に正確に 2 人の共犯者がいる。
4. S が犯人ならば、P は犯人であり Q は犯人ではない。
5. P が犯人ならば、S は犯人ではなく、かつ Q と R のいずれか 1 人だけが共犯者である。
6. Q が犯人ならば、R は犯人ではない。
7. P, Q, R, S のうち、2 人が犯人である。

上記証言のうち、6 つは真であり、1 つは偽であることがわかっている。

以下の設問に答えなさい。

設問 1

証言 7 が真であることを背理法で示したい。以下の証明の空欄 (1) ~ (8) に入る人物名として P・Q・R・S のいずれかを選べ (同じ人物を複数回用いてよい)。

証言 7 が偽であると仮定する。偽の証言は 1 つであるから、証言 1~6 はすべて真である。

ここで Q が犯人であると仮定する。証言 2 より、(1) も犯人となる。さらに証言 4 より (2) は犯人ではないことになるが、これは「Q が犯人である」との仮定と矛盾する。ゆえに (3) は犯人ではない。

よって証言 1 より、(4) と (5) はともに犯人である。証言 3 より、(4) が犯人ならば (5)・(6)・(7) のうち正確に 2 人が共犯である。ここで (7) は犯人ではなく、(5) は犯人であるから、(6) も犯人となる。ところが証言 5 より、(8) が犯人なら (5) は犯人ではない。これは先に証言 1 から導いた結論と矛盾する。

以上より、最初の仮定は誤りであり、証言 7 は真である。

設問 2

(1) 証言 1 が偽であると仮定する。このとき、証言 2, 3, 5 が真であることを用いて P は犯人でないことを背理法で示せ。

(2) 証言 1 が真であることを背理法で示せ。

設問 3

設問 1, 2 をふまえて、偽である証言番号および犯人を特定せよ。解答には推論過程も示すこと。

課題 II

以下の設問に答えなさい。

設問1 整数の桁数について答えよ。

- (1) 正の整数 A の桁数が n であるとき、 $10^m \leq A < 10^{m+1}$ となる整数 m を n の式で示せ。
- (2) 7^{25} が何桁の整数になるか答えよ。ただし $\log_{10} 7 = 0.8451$ とせよ。

設問2 $y = x^3 + 2x^2$ のグラフについて答えよ。

- (1) このグラフと x 軸とで囲まれる領域の面積を求めよ。
- (2) グラフ上の点 A における接線の傾きが4のとき、点 A の x 座標を求めよ。

設問3 $f(x) = \sqrt{3} \sin x - \cos x$ について答えよ。

- (1) $f(x)$ を $A \sin(x - a)$ のかたちに変形し、 A と a を求めよ。ただし $A > 0, 0 \leq a < 2\pi$ とする。
- (2) $f(x) = 1$ となる x を $0 < x < \pi/2$ の範囲で求めよ。

設問4 各面に1~6の目がふられているさいころがある。以下の問いに答えよ。

- (1) さいころを3回振って、目の合計が4になる確率を求めよ。
- (2) さいころを3回振って、目の合計が6になる確率を求めよ。
- (3) さいころを4回振って、目の合計が6以下になる確率を求めよ。

解答例

設問1 (1点×8)

(1) S (2) Q (3) Q (4) R (5) S (6) P (7) Q (8) P

1. Q, R, S のうち少なくとも2人は犯人である。
2. Qが犯人ならば、共犯者はSただ1人である。
3. Rが犯人ならば、P, Q, Sの中に正確に2人の共犯者がいる。
4. Sが犯人ならば、Pは犯人でありQは犯人ではない。
5. Pが犯人ならば、Sは犯人ではなく、かつQとRのいずれか1人だけが共犯者である。
6. Qが犯人ならば、Rは犯人ではない。
7. P, Q, R, Sのうち、2人が犯人である。

証言7が偽であると仮定する。偽の証言は1つであるから、証言1~6はすべて真である。

ここでQが犯人であると仮定する。証言2より、(1) Sも犯人となる。さらに証言4より(2) Qは犯人ではないことになるが、これは「Qが犯人である」との仮定と矛盾する。ゆえに(3) Qは犯人ではない。

よって証言1より、(4) Rと(5) Sはともに犯人である。証言3より、(4) Rが犯人ならば(5) S・(6) P・(7) Qのうち正確に2人が共犯である。ここで(7) Qは犯人ではなく、(5) Sは犯人であるから、(6) Pも犯人となる。ところが証言5より、(8) Pが犯人なら(5) Sは犯人ではない。これは先に証言1から導いた結論と矛盾する。以上より、最初の仮定は誤りであり、証言7は真である。

設問2 (5点×2)

(1) Pが犯人と仮定する。証言5よりSは犯人ではなく、QとRのいずれか1人だけが共犯者である。Qが犯人とすると、証言2よりSも犯人となるがこれは矛盾する。Rが犯人とすると、証言3よりP, Q, Sの中に正確に2人の共犯者がいるが、Q, Sは犯人でないため矛盾する。よってPは犯人ではない。

(2) 証言1が偽であると仮定すると、Q, R, Sのうち犯人は高々1人である。一方、設問2(1)よりPは犯人ではないため、証言7よりQ, R, Sのうち2人が犯人となるが、これは矛盾する。よって証言1は真である。

設問3 (7点。犯人と偽の証言番号があていれば3点。推論過程も示されていれば7点)

設問1, 2より証言7, 1は真である。すなわち犯人はP, Q, R, Sのうちの2人であり、かつ、Q, R, Sのうち2人以上が犯人である。よって、Pは犯人ではなく、犯人の候補は{Q, R}, {Q, S}, {R, S}のいずれかとなる。

(場合1) {Q, R}が犯人と仮定する。証言6はこの仮定に反するため、偽となる。そのため証言2は真となるが、Sは犯人ではないので矛盾する。

(場合2) {Q, S}が犯人と仮定する。証言4はこの仮定に反するため、偽となる。証言2, 3, 5, 6はいずれもこの仮定に矛盾しない。

(場合3) {R, S}が犯人と仮定する。証言3, 4はこの仮定に反するため、偽となる。これは偽の証言は1つという前提に矛盾する。

以上より、犯人はQとS、偽の証言番号は4である。

解答例

- 設問 1 (4 点=1+3 点) 数学 II : 指数関数・対数関数

(1) $m = n - 1$

(2) $\log_{10} 7^{25} = 25 \log_{10} 7 = 100 \times 0.8451/4 \approx 21.1$ 。よって、(1)より 22 桁。

- 設問 2 (6 点=3+3 点) 数学 II : 微分と積分

(1) y のグラフは $x = -2, 0$ で x 軸と交わる (接する) から、

$$S = \int_{-2}^0 x^3 + 2x^2 dx = \left[\frac{x^4}{4} + \frac{2}{3}x^3 \right]_{-2}^0 = -\frac{16}{4} + \frac{16}{3} = \frac{4}{3}$$

(2) $y' = 3x^2 + 4x = 4$ となる x を求めればよいので、

$$3x^2 + 4x - 4 = (3x - 2)(x + 2) = 0, x = -2, \frac{2}{3}$$

- 設問 3 (6 点=3+3 点) 数学 II : 三角関数

(1) $A \sin(x - a) = A \sin x \cos a - A \cos x \sin a$ だから $A \cos a = \sqrt{3}$, $A \sin a = 1$ より、範囲内では

$$A = 2, a = \frac{\pi}{6}$$

(2) $2 \sin(x - \pi/6) = 1$ より

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + 2n\pi \text{ or } \frac{5\pi}{6} + 2n\pi$$

このうち条件を満たすのは $x = \pi/3$

- 設問 4 (9 点=3+3+3 点) 数学 A : 場合の数と確率

(1) 目の組合せは (2, 1, 1) より場合の数は 3 通り、よって確率 P は

$$P = \frac{3}{6^3} = \frac{1}{72}$$

(2) 目の組み合わせは (4, 1, 1)、(3, 2, 1)、(2, 2, 2)、それぞれの場合の数は 3, 6, 1 通りだから、

$$P = \frac{10}{6^3} = \frac{5}{108}$$

(3) 目の合計が 4 になるのは 1 通り、目の合計が 5 になるのは 4 通り。目の合計が 6 になる組み合わせは (3, 1, 1, 1)、(2, 2, 1, 1) で、それぞれ 4, 6 通り。すべて合計すると 15 通り。よって

$$P = \frac{15}{6^4} = \frac{5}{432}$$

表現力審査

注意

- 1 審査員の説明をよく聴いて課題に取り組んでください。
- 2 この課題冊子の下の欄に受験番号と氏名を記入してください。
- 3 課題を説明した文章は1ページです。
- 4 この課題冊子は持ち帰ってください。

表現力審査のスケジュール

時間	作業の内容
11:50～12:20	テーマを1つ選択し、解答用紙に記述

受験番号	氏名

以下に示すような科学技術に関するテーマから一つ選択し、対応する趣旨に回答せよ。その際、科学技術に関する記述と、それに対する自分の考えを含めよ。

テーマⅠ

テーマ：AI時代における仕事の変容と人間の役割

【趣旨】

近年、膨大なデータを学習させた人工知能（AI）の急激な発達により、様々な分野で仕事のあり方が変わりつつある。物流・医療・教育・金融・情報サービス・行政の分野から一つ選び、その分野でAIによって代替されやすい具体的な作業を理由と共に挙げよ。また、そのAIに学習させるためにどのようなデータが必要になるのかを説明せよ。そして、AIの導入によりもたらされるその分野及び社会全体への良い影響・悪い影響の双方について述べ、その中で人間が果たすべき役割について論ぜよ。

テーマⅡ

テーマ：科学技術が自然災害の対策・対応に貢献できること

【趣旨】

地震・洪水・台風・火山噴火など、自然災害は世界中で人々の生活に深刻な影響を与えている。あなたが関心を持つ自然災害を一つ選び、その災害によって生じる具体的な問題点を説明したうえで、どんな科学技術がどのようにその問題への対策や対応に貢献できるかを論ぜよ。

テーマⅢ

テーマ：殺虫剤が生態系に及ぼす影響について

【趣旨】

自然界には虫が忌避する物質が存在する。殺虫剤はこのような物質の性質を利用して開発された化学物質である。殺虫剤は昆虫を含む節足動物を駆除し、かつヒトに対しては強い毒性がないため、近代農業では大量の殺虫剤が使われ、それゆえ農業の生産効率は大きく向上した。しかし、こうした化学物質を無制限に自然界に放出することは、生態系のバランスを崩してしまう可能性がある。以上を踏まえ、殺虫剤の大量使用が引き起こし得る具体的な問題を指摘し、更にその問題を防ぐため、または解決するために必要なことを論ぜよ。